

MATHEMATICAL MODEL OF THE PROBLEM OF SELF-OSCILLATION FOR A PHYSICAL LINEAR VISCOELASTIC ROD

М. М. Мансуров

Тошкент давлат техника университетининг Қўқон филиали
(Тел.: 90-306-27-88, e-mail: mansurov00707@mail.ru)

Annotation

This article considers the problem of modeling self-oscillating processes of a physical linear viscoelastic rod in a gas flow, taking into account linear dependencies.

Keywords: viscoelasticity, rod, self-oscillations, physical linearity, aerodynamic linearity, Bubnov-Galerkin method, relaxation kernel, numerical method, critical velocity.

Аннотация

В данной статье рассматривается задача моделирования автоколебательных процессов физического линейного вязкоупругого стержня в потоке газа с учетом линейных зависимостей.

Ключевые слова: вязкоупругость, стержень, автоколебания, физическая линейность, аэродинамическая линейность, метод Бубнова-Галёркина, ядро релаксации, численный метод, критическая скорость.

Аннотация

Ушбу мақолада чизиқли боғлиқларни ҳисобга олган ҳолда газ оқимидаги физик чизиқли қовушқоқ-эластик стерженнинг автотебраниш жараёнларининг модели ҳақидаги масала кўрилмоқда.

Таянч сўзлар: қовушқоқ-эластик, стержень, автотебраниш, физик чизиқлилик, аэродинамик чизиқлилик, Бубнов-Галёркин усули, релаксация ядроси, сонли усул, критик тезлик.

Kirish

қовушқоқ-эластикнинг ирсий назарияси турли материалларнинг деформацияланишининг динамик жараёнларини тавсифлаш учун кенг имконият яратди. Стерженлар саноат ва технологиянинг кўплаб соҳаларида конструктив элементлар сифатида қўлланилганлиги сабабли, уларнинг турли шакллардаги динамик ҳаракатларини ўрганиш ва материалнинг физик чизиқлилик хусусиятини

ҳисобга олган ҳолда авто тебранишлар ва динамик барқарорлик учун конструкцияларни ўрганиш долзарбдир.

Масалани қўйилиши

Физик чизиқлилиқ хусусиятини ҳисобга олган ҳолда қовушқоқ-эластик стержень учун автотебраниш жараёни масаласини кўриб чиқамиз [5]

$$\sigma = m_1(1 - R^*)\varepsilon, \quad \varepsilon = u_x, \quad u = -zw_x \quad (1)$$

ёки

$$\sigma = -m_1(1 - R^*)zw_x \quad (2)$$

бу ерда m_1 – эластиклик доимийси.

Аэродинамик чизиқлилиқнинг таъсирини ҳисобга олган ҳолда, қўйилаётган аэродинамик юк қуйидаги шаклни олади [1]:

$$q = \frac{\rho p_\infty}{c_\infty} \left[V \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} \right]$$

бу ерда $q = p - p_\infty$, $k = \frac{\rho p_\infty}{c_\infty}$

$$q = k \left[V \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} \right] \quad (3)$$

Қовушқоқ-эластик юпқа деворли конструкцияларда автотебраниш жараёнларининг моделини қурамиз.

Бунда эгилиш моменти учун ясси кесимлар гипотезасини қабул қилиб, қуйидаги формуладан фойдаланамиз [2]:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} b(x) \sigma_x z dz \quad (4)$$

(2) ни (4) га қўйиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$\begin{aligned} M_x &= -b(x)(1 - R^*) \int_{-h/2}^{h/2} m_1 z w_{xx} z dz = -b(x)(1 - R^*) m_1 w_{xx} \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz = \\ &= -b(x)(1 - R^*) m_1 w_{xx} \frac{z^3}{3} \Big|_{-h/2}^{h/2} = -b(x)(1 - R^*) m_1 w_{xx} \frac{h^3}{12} = \\ &= -(1 - R^*) m_1 \frac{b(x) h^3(x)}{12} w_{xx} \\ M_x &= -E(1 - R^*) J_2 w_{xx} \end{aligned} \quad (5)$$

$b(x)$ – стержень эни ва $h(x)$ – баландлиги

$$J_2 = \frac{b(x) h^3(x)}{12}.$$

(5) ни мувозанат тенгламасига [2] қўйиб, ўлчамсиз координаталарга ўтган ҳолда қўйидагига эга бўламиз:

$$\begin{aligned} - (1-R^*) \frac{\partial}{\partial x^2} \left[\frac{m_1 J_2^0 h_0}{a^2} g(x) w_{xx} \right] &= m_0 F(x) \frac{h_0}{t_1^2} w_{tt} + kV \frac{h_0}{a} w_x + kz \frac{h_0}{t_1} w_t \\ - m_1 J_2^0 \frac{h_0}{a^4} (1-R^*) \frac{\partial}{\partial x^2} [g(x) w_{xx}] &= m_0 F(x) \frac{h_0}{t_1^2} w_{tt} + kV \frac{h_0}{a} w_x + kz \frac{h_0}{t_1} w_t \\ (1-R^*) \frac{\partial}{\partial x^2} [g(x) w_{xx}] + F(x) w_{tt} + P w_x + \gamma w_t &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

бу ерда

$$w = h_0 \bar{w}, \quad x = a \bar{x}, \quad t = t_1 \bar{t}, \quad m(x) = m_0 \bar{F}(\bar{x}), \quad h(x) = h_0 \bar{h}(\bar{x}), \quad b(x) = b_0 \bar{b}(\bar{x}),$$

$$J_2 = J_2^0 g(x), \quad g(x) = b(x) h^3(x), \quad J_2^0 = \frac{b_0 h_0^3}{12},$$

$$P = \frac{kVa^3}{m_1 J_2^{(0)}}, \quad t_1 = \sqrt{(m_0 a^4) / (m_1 J_2^{(0)})}, \quad \gamma = \frac{kza^4}{m_1 J_2^{(0)} t_1}, \quad F(x) = b(x) h(x)$$

$$b(x) = c - a_1 x; \quad h(x) = 1 - a_2 x; \quad c = 5$$

h_0 – стержень учларидаги баландлик катталиги, b_0 – стержень учларидаги кенглик катталиги, m_0 – стерженнинг бирлик ўзгарувчан қимсига мос келадиган масса қиймати.

Хусусий ҳосилали чизиқли ИДТлар (6), чегаравий [4] ва бошланғич шартлар билан биргаликда чизиқли қовушқоқ-эластик стерженлар учун авто тебранувчан жараён масаласининг математик моделини ифодалайди. Тебранишларнинг ортиб борётган амплитудасига олиб келадиган $P_{кр}$ критик тезликни топиш талаб қилинади.

Тақрибий ечимни Бубнова-Галеркин методи билан топамиз. (6) ИДТ ечимини қўйидаги кўринишда оламиз

$$w = \sum_{k=1}^N u_k(t) \varphi_k(x) \quad (7)$$

бу ерда $\varphi_k(x)$ – берилган чегаравий шартларни қаноатлантирувчи базис функциялар, $u_k(t)$ – аниқланиши лозим бўлган ва вақтга боғлиқ номаълум функциялар.

$u_k(t)$ номаълум функцияларни топиш учун (7) ни (6) га қўйилади

$$(1-R^*) \sum_{k=1}^N u_k(t) [g(x) \varphi_k''(x)]'' + F(x) \sum_{k=1}^N \ddot{u}_k(t) \varphi_k(x) + P \sum_{k=1}^N u_k(t) \varphi_k'(x) + \gamma \sum_{k=1}^N \dot{u}_k(t) \varphi_k(x) = 0$$

$\varphi_k(x)$ га кўпайтирилиб ва x бўйича интеграллаб, қўйидагига эга бўлинади:

$$(1-R^*)\sum_{k=1}^N u_k(t) \int_0^1 [g(x)\varphi_k''(x)]'' \varphi_i(x) dx + \sum_{k=1}^N \ddot{u}_k(t) \int_0^1 F(x)\varphi_k(x)\varphi_i(x) dx + \\ + P \sum_{k=1}^N u_k(t) \int_0^1 \varphi_k'(x)\varphi_i(x) dx + \gamma \sum_{k=1}^N \dot{u}_k(t) \int_0^1 \varphi_k(x)\varphi_i(x) dx = 0$$

Интеграллар учун белгилашлар киритиб, қуйидаги оддий ИДТлар чизиқли системасига келамиз

$$\sum_{k=1}^N [a_{ki}\ddot{u}_k(t) + b_{ki}\dot{u}_k(t) + \omega_{ki}(1-R^*)u_k(t) + Pd_{ki}u_k(t)] = 0, i = \overline{1, N} \quad (8)$$

бу ерда

$$a_{ki} = \int_0^1 F(x)\varphi_k(x)\varphi_i(x) dx, \quad b_{ki} = \int_0^1 \varphi_k(x)\varphi_i(x) dx, \\ \omega_{ki} = \int_0^1 [d(x)\varphi_k''(x)]'' \varphi_i(x) dx, \quad d_{ki} = \int_0^1 \varphi_k'(x)\varphi_i(x) dx,$$

Конструкциянинг физик-механик параметрларининг кенг диапазонда ўзгаришини ҳисобга олган ҳолда $R(t)=A \cdot e^{-\beta t} t^{\alpha-1}$, $A>0$, $\beta>0$, $0<\alpha<1$ Ржаницына–Колтунов ядросида (8) чизиқли системани интеграллаш аналитик алмаштиришларга асосланган ҳолда [3] сонли усул ёрдамида бажарилди.

Хулоса

Физик чизиқли масалаларни таҳлил қилиш шуни кўрсатадики, критик тезлик қиймати конструкциянинг эластик ва қовушқоқ-эластик ҳолатларга тўла боғлиқ. Умумий ҳисоблаш алгоритми ишлаб чиқилган ва компьютерда жорий қилинган.

Адабиётлар рўйхати

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. Изд. «Наука». Главная редакция физико-математической литературы. Москва, 1967
2. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластин и оболочек. Изд. «Наука». Главная редакция физико-математической литературы. Москва, 1972
3. Бадалов Ф. Б. Методы решения интегральных и интегро – дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент, «Мехнат», 1987. 269с.
4. Бабаков И.М. Теория колебаний. Изд. «Наука». Главная редакция физико-математической литературы. Москва, 1968.
5. Бадалов Ф.Б., Ганиханов Ш.Ф. Вибрация наследственно-деформируемых элементов конструкции летательных аппаратов. Т., ТашГАИ, 2000, 141 с.
6. Абдикаримов Р.А., Мансуров М.М., Акбаров У.Й. Численное исследование флаттера вязкоупругого жестко-защемленного стержня с учетом физической и

-
- аэродинамической нелинейностей. Вестник РГТУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». Научный журнал. М., 3/2019, 94-106 с.
7. Abdikarimov R.A., Mansurov M.M., Pulatov Sh.Y. Influence of the rod shape on the critical flutter speed articulated at the ends. International Journal of Applied Research 2020. No.6(8), P.30-34.
8. Mansurov, M.; Abdikarimov, R.; Mirsaidov, M. Self-oscillatory process of a viscoelastic elongated plate; 2022; Construction of Unique Buildings and Structures; 100 Article No 10003. doi: 10.4123/CUBS.100.3